

Terminale - Option Math. Experte - Le 19/12/2024 - Calculatrice autorisée

Cours

Soient a et b des entiers relatifs et m un entier relatif tel que $|m| > 1$.

Donner trois descriptions équivalentes de la congruence $a \equiv b \pmod{m}$.

Exercice 1

- 1) a) Justifier $39 \equiv 4 \pmod{7}$.
b) En déduire le reste 39^{60} dans la division euclidienne par 7.
- 2) Déterminer le reste 2012^{2012} dans la division euclidienne par 11.

Exercice 2

Montrer que $2^{4n+1} + 3^{4n+1}$ est un multiple de 5 quel que soit l'entier naturel n .

Exercice 3

On considère le polynôme en $x \in \mathbb{Z}$ défini par $P(x) = 3x^2 + x - 5$.

- 1) Dresser le tableau des congruences de $P(x)$ modulo 6.
- 2) En déduire les entiers relatifs x tels que le reste de $P(x)$ dans la division euclidienne par 6 est 1.

Exercice 4

On appelle inverse d'un entier a modulo 7 tout entier b tel que $ab \equiv 1 \pmod{7}$.

- 1) Déterminer un inverse de 3 modulo 7.
- 2) En déduire les entiers relatifs x tels $3x - 5 \equiv 4 \pmod{7}$.